

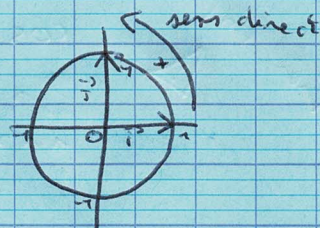
TR

Trigonométrie

MA

Sens direct, positif ou trigonométrique

↳ le sens anti-horaire



Un tour complet → 2π ou 360°

radian

↳ degré

radian → 0 $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2}$ π 2π

degré → 0 30 45 60 90 180 360

A formula

π rad?
180 33

quart
du cercle

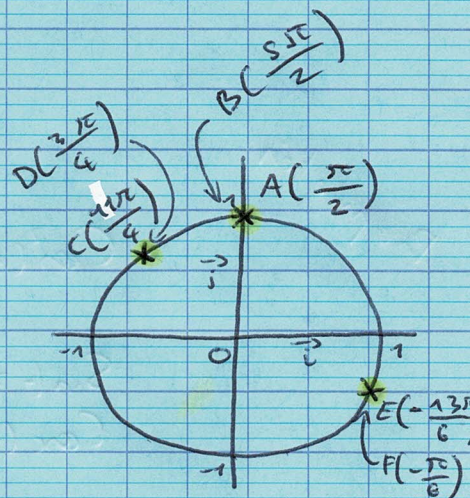
↓
demi
tour

↳ tour
complet

$$\hookrightarrow \frac{3 \times \pi}{180} = \frac{11\pi}{60}$$

Mesure Principale :

2π = tour complet donc la
mesure principale est dans l'intervalle
 $]-\pi; \pi[$ car le reste est divisible
par 2π pour la trouver.



$$a_c: -\frac{13\pi}{6} + 2\pi$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13\pi}{6} + \frac{12\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{6}$$

$$F(-\frac{\pi}{6})$$

$$c_c: \frac{11\pi}{4} - 2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{11\pi}{4} - \frac{8\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\pi}{4}$$

$$D(\frac{3\pi}{4})$$

$$a_c: \frac{\pi}{2} + 2\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + \frac{6\pi}{2}$$

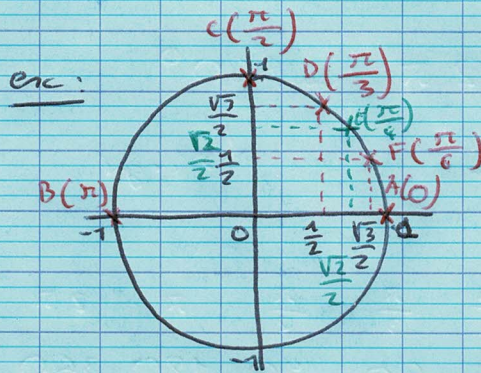
$$\Leftrightarrow \frac{5\pi}{2}$$

$$\hookrightarrow B(\frac{5\pi}{2})$$

Valeurs remarquables :

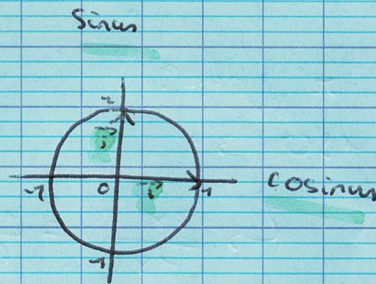
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Très important



Cosinus et Sinus :

$$\begin{aligned} \text{Cosinus} &= \vec{i} \\ \text{Sinus} &= \vec{j} \end{aligned}$$



toujours compris
entre -1 et 1 (diamètre
du cercle trigonométrique)

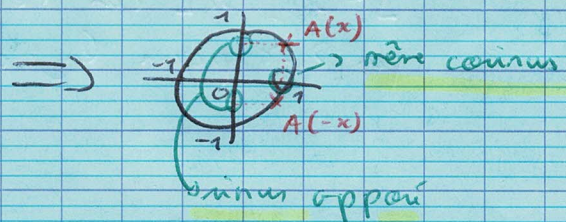
Propriétés

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

Pour retrouver le sinus
ou le cosinus !!!

$$\sin(-x) \rightarrow -\sin(x)$$

$$\cos(-x) \rightarrow \cos(x)$$



future équation
trigonométrique

$$\sin(x) = \sin(x + 2k\pi), \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(x) = \cos(x + 2k\pi)$$

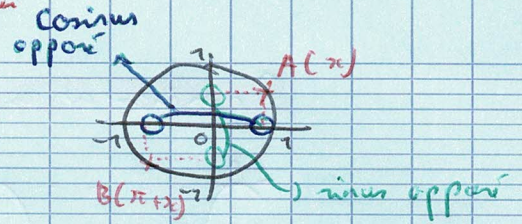
cf. mesure principale
 2π

périodicité $\rightarrow$ $\left. \begin{matrix} \text{Cosinus} \\ \text{Sinus} \end{matrix} \right\}$ périodique de période 2π

symétrie par rapport au centre O
ajouté $\pi \rightarrow$ un demi tour

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x) \Rightarrow$$

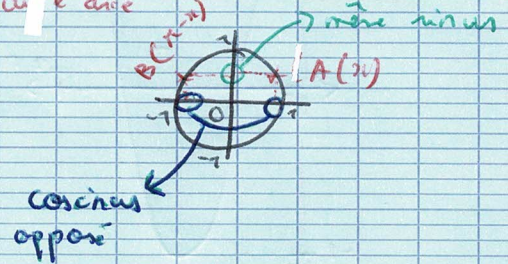
$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$



symétrie par rapport à l'axe

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

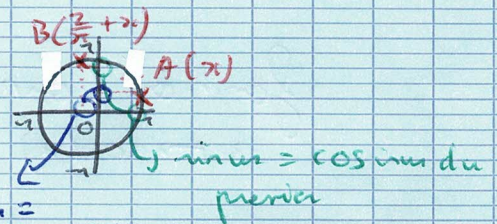
$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$



rotation de 90°

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

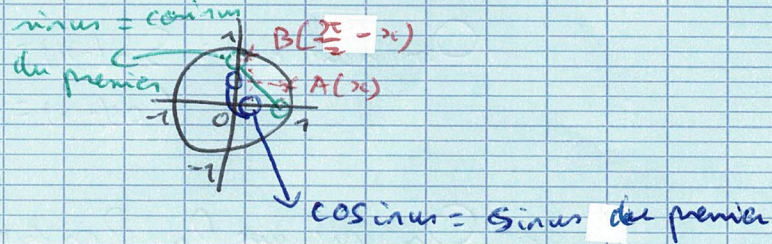
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$



la même chose mais
entièrement positif

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$



Equation trigonométrique

ex: $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(x) = -\frac{1}{2}$

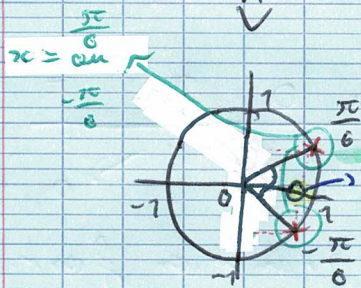
$$\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

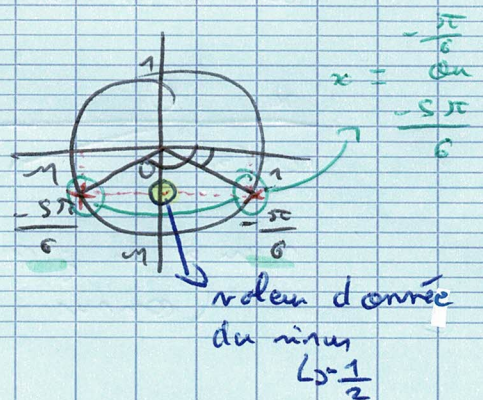
$$\sin(x) = -\frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

→ périodicité

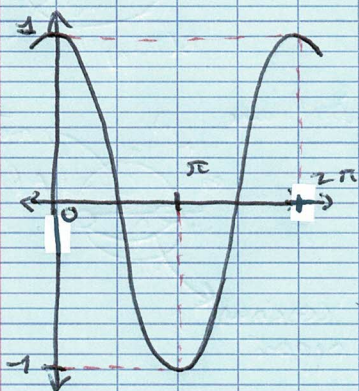


valeur donnée
du cosinus
 $\hookrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}$



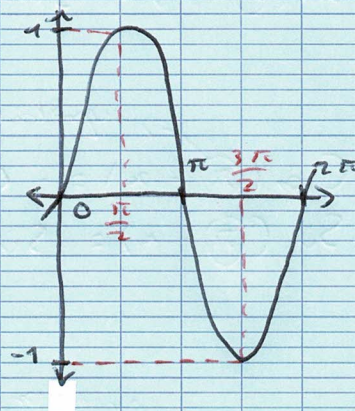
valeur donnée
du sinus
 $\hookrightarrow -\frac{1}{2}$

Représentation graphique :



fonction Cosinus
 $x \mapsto \cos(x)$

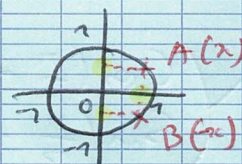
périodicité
↓
répétition
de cette
fonction



fonction Sinus
 $x \mapsto \sin(x)$

La Parité :

On sait que : $\sin(-x) = -\sin(x)$
 $\cos(-x) = \cos(x)$

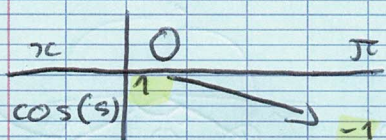


On dit que la fonction cosinus est paire et la fonction sinus impaire
 $f(-x) = f(x)$ $\hookrightarrow f(-x) = -f(x)$

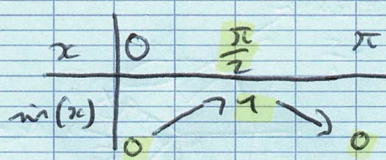
La courbe de la fonction cosinus est symétrique à l'axe des ordonnées

$\hookrightarrow$ sinus est symétrique par rapport à l'origine

Les variations des fonctions cos et sin :



variation fonction
Cosinus



variation fonction
Sinus